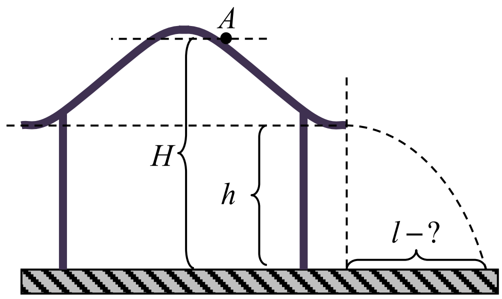
Ответы, решения, критерии оценивания (10 класс)



1. С гладкой крыши, имеющей внизу горизонтальный участок, соскальзывает камушек. а) Определите горизонтальную дальность полета l камушка, если точка A, из которой он начал скольжение, расположена на высоте H = 8 м, а нижний край крыши на высоте h = 6 м над поверхностью земли (рис.). б) Под каким углом α к горизонту нужно бросить с земли камушек с минимально возможной начальной скоростью, чтобы он достиг точки A?

Ответ:

а) $l = 2\sqrt{h(H-h)}$ ≈6,9 м б) $\cos\alpha = \sqrt{\frac{H-h}{H}}$, $\alpha = 60^0$

Решение:

а) Поскольку нет трения, то механическая энергия сохраняется:

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2} + mgh,$$

где v_1 - скорость камушка на высоте h, направленная горизонтально. При падении с высоты h:

$$l = v_1 t,\ h = gt^2/2,$$

где t - время полета. Из этих уравнений найдем

$$l = 2\sqrt{h(H-h)} \approx 6{,}9 \text{ м}.$$

б) Стартовая скорость камушка на земле минимальна, если в точке A скорость камушка станет равной нулю. Поэтому камушек должен двигаться по той же траектории, по которой он скользил, а затем падал из точки A на землю. Бросать его нужно из точки приземления под таким углом α к горизонту и с такой начальной скоростью, которые равны углу и скорости в момент падения камня на землю при его движении с нулевой скоростью из точки A. Найдем эти величины:

$$\cos\alpha = \frac{v_1}{v_2}, \qquad \frac{mv_2^2}{2} = mgH.$$

После преобразований получим ответ: $\cos\alpha = \sqrt{\frac{H-h}{H}}$, $\alpha = 60^0$.

Критерии оценивания задачи 1 (5 баллов)

а)	Правильно записаны все необходимые уравнения. Аналитический и численный ответы на вопрос п. а).	2 балла 1 балл
б)	Есть понимание выбора оптимальной траектории, дан ответ на вопрос п. б).	2 балла

2. Шайба после толчка скользит по неподвижной горизонтальной платформе с ускорением a_1 =5 м/с^2 и останавливается. После этого платформу начинают поворачивать вокруг вертикальной оси так, что скорость шайбы увеличивается со временем по закону $\upsilon = a_2 t$, где a_2 =4 м/с^2. Определите: а) ускорение a_3 шайбы в момент времени, когда она начнет скользить по платформе, б) угол, на который повернется платформа к этому моменту времени.

Ответ:

а) $a_3 = a_1$ =5 м/с^2, б) $\varphi = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 - 1}$ =0,375 рад=21,5^0 .

Решение:

а) Ускорение шайбы при скольжении по платформе определяется силой трения скольжения:

$$ma_1 = F_{mp},$$

где m – масса шайбы. При вращении платформы шайба приобретает ускорение под действием силы трения. В момент начала скольжения шайбы ее ускорение

$$a_3 = \frac{F_{mp}}{m} = a_1 = 5 \text{ м/с}^2.$$

б) Обозначим a и υ – скорость и ускорение шайбы в момент начала скольжения, R – расстояние от шайбы до оси вращения. Тогда:

$$ma = F_{mp} = ma_1,$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2 + a_2^2},$$

$$\upsilon = a_2 t\ ,$$

$$R\varphi = \frac{a_2 t^2}{2}\ .$$

Из этих уравнений после простых преобразований получим ответ

$$\varphi = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 - 1} \text{ =0,375 рад=21,5}^0$$

Критерии оценивания задачи 2 (5 баллов)

а)	Аргументированный ответ на вопрос п. а).	2 балла
б)	Аналитический ответ на вопрос п. б). Численный ответ на вопрос п.б).	2 балла 1 балл

3. В результате абсолютно упругого столкновения частицы массы m с покоившейся частицей массы $m/2$, они разлетелись симметрично относительно первоначального направления движения налетающей частицы. Определите угол α между направлениями разлета частиц.

Ответ:
$\alpha = 60^0$

Решение:
а) Обозначим скорость налетающей частицы до столкновения υ, скорости частиц после столкновения υ_1 и υ_2. Запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$m\upsilon_0 = m\upsilon_1 \cos\frac{\alpha}{2} + \frac{m}{2}\upsilon_2 \cos\frac{\alpha}{2},$$
$$0 = m\upsilon_1 \sin\frac{\alpha}{2} - \frac{m}{2}\upsilon_2 \sin\frac{\alpha}{2},$$
$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m}{2}\frac{\upsilon_2^2}{2}.$$

Из этих уравнений найдем $\alpha = 60^0$.

Критерии оценивания задачи 3 (5 баллов)

	Записан закон сохранения энергии	1 балл
	Записан закон сохранения импульса	1 балл
	Получен ответ	3 балла

4. В теплоизолированном цилиндрическом сосуде объемом $V_0 = 1$ л под поршнем находится небольшой электронагреватель и идеальный газ при давлении $P_0 = 100$ кПа. Поршень начинают перемещать с постоянной скоростью, включив при этом электронагреватель и регулируя его мощность так, что температура в сосуде остается постоянной. За время $t_0 = 500$ с объем газа в сосуде увеличился в 2 раза. Определите минимальную и максимальную мощность нагревателя в этом процессе.

Ответ:

$$N_{max} = \frac{P_0V_0}{t_0} = 200 \text{ мВт}, \qquad N_{min} = \frac{P_0V_0}{2t_0} = 100 \text{ мВт}.$$

Решение:
Внутренняя энергия газа в изотермическом процессе остается постоянной. Из первого закона термодинамики следует

$$P\Delta V = \Delta Q = N\Delta t,$$

где ΔV - приращение объема газа за малое время Δt, P – давление газа в некоторый момент времени, N – мощность нагревателя в этот момент. Учтем, что объем газа изменяется с постоянной скоростью

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{2V_0 - V_0}{\Delta t} = \frac{\Delta V_0}{\Delta t}.$$

Мгновенные значения давления и объема при изотермическом процессе удовлетворяют уравнению:

$$PV = P_0V_0.$$

После простых преобразований получим для мощности:

$$N = \frac{P_0V_0^2}{t_0V}.$$

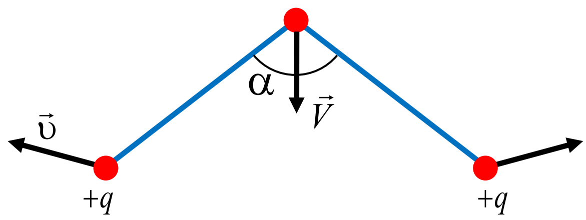
Мощность максимальна при $V = V_0$, а минимальна при $V = 2V_0$:

$$N_{max} = \frac{P_0V_0}{t_0} = 200 \text{ мВт}, \qquad N_{min} = \frac{P_0V_0}{2t_0} = 100 \text{ мВт}.$$

Критерии оценивания задачи 4 (5 баллов)

	Записан первый закон термодинамики для малого промежутка времени Записано уравнение для изотермического процесса Найдена максимальная мощность Найдена минимальная мощность	2 балла 1 балл 1 балл 1 балл

5. Три одинаковых шарика соединены двумя легкими нерастяжимыми нитями одинаковой длины. Крайние шарики заряжены положительно. Сначала шарики удерживают в вершинах равнобедренного треугольника при натянутых нитях, а затем одновременно отпускают. В системе возникают колебания с максимальной кинетической энергией E_{max}= 0,1 Дж и максимальной потенциальной энергией электрического взаимодействия $U_{max} = 2E_{max}$. Определите: а) максимальную кинетическую энергию E_1 среднего шарика, б) минимальный угол α_{min} между нитями. Силой тяжести пренебречь.



Ответ:

а) $E_1 = \frac{2}{3}E_{max}$= 0,067 Дж.

б) $\alpha_{min} = 2arcsin\left(1 - \frac{E_{max}}{U_{max}}\right) = 60^0$.

Решение:

а) Кинетическая энергия системы максимальна при минимальной потенциальной энергии, то есть при максимальном расстоянии между крайними шариками. В этом положении обе нити вытянуты вдоль одной прямой, а скорости шариков перпендикулярны этой прямой. Из симметрии системы и закона сохранения импульса следует, что скорости крайних шариков одинаковые и в 2 раза меньше скорости среднего шарика. Поэтому кинетическая энергия среднего шарика в 4 раза больше кинетической энергии каждого из крайних и равна

$$E_1 = \frac{2}{3}E_{max}\text{= 0,067 Дж.}$$

б) Угол между нитями минимален, когда расстояние между крайними шариками минимально и, следовательно, потенциальная энергия их взаимодействия максимальна:

$$U_{max} = \frac{kq^2}{2l\sin(\alpha_{min}/2)},$$

где q -заряд шарика, l -длина нити, k -коэффициент пропорциональности в законе Кулона. В этом положении кинетическая энергия системы равна нулю. Запишем закон сохранения энергии:

$$U_{max} = E_{max} + \frac{kq^2}{2l}.$$

После простых преобразований найдем:

$$\alpha_{min} = 2arcsin\left(1 - \frac{E_{max}}{U_{max}}\right) = 60^0.$$

Критерии оценивания задачи 5 (5 баллов)

а)	Записан закон сохранения энергии Записан закон сохранения импульса Получен ответ на вопрос п. а)	1 балл 1 балл 1 балл
б)	Правильно записаны все необходимые уравнения, численный ответ на вопрос п. б)	2 балла

6. Наночастицей принято называть изолированный твердофазный объект, имеющий отчётливо выраженную границу с окружающей средой, максимальный размер которого в любом направлении составляет от 1 до 100 нм. Какое количество электронов можно удержать на сферической проводящей наночастице радиуса R = 50 нм, если предельная напряженность электрического поля окружающей среды равна E_{max} = 2*10^6 В/м, а диэлектрическая проницаемость окружающей частицу среды ε =11,7. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Нм^2/Кл^2, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Ответ:

$$N = \frac{\varepsilon E_{max} R^2}{ke} \approx 40.$$

Решение.

Напряженность поля однородно заряженного шара максимальна на его поверхности:

$$E_{max} = \frac{k|q|}{\varepsilon R^2}.$$

Учитывая, что $|q| = Ne$, найдем:

$$N = \frac{\varepsilon E_{max} R^2}{ke} \approx 40.$$

Критерии оценивания задачи 6 (5 баллов)

	Записано выражение для максимальной напряженности поля Аналитический ответ Численный ответ	3 балла 1 балл 1 балл

7. Алюминий широко используется при создании интегральных микросхем. Он имеет высокую электропроводность, а оксид алюминия обладает прекрасными изоляционными свойствами. В результате последовательных операций нанесения и частичного окисления алюминия получают чередующиеся проводящие дорожки и слои изоляции между ними. Таким образом изготавливают микросхемы с многоуровневой металлизацией. Оксид алюминия Al_2O_3 получают в процессе электролиза, при котором перенос заряда и массы обеспечивают ионы Al^{3+}.

На подложку площадью S = 1 см^2 нанесен слой алюминия толщиной h =400 нм. Половину этого слоя окислили при токе электролиза I = 10 мА и нанесли сверху второй слой алюминия. Определите:

1) Время, в течение которого длился электролиз.
2) Сопротивление изоляции между слоями алюминия при условии, что все ионы алюминия прореагировали с образованием оксида алюминия Al_2O_3.

Молярная масса алюминия μ_1 =27 г/моль, молярная масса Al_2O_3 μ_2 =102 г/моль. Постоянная Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Удельное сопротивление оксида алюминия ρ_υ= 1·10^{12} Ом·см. Плотность алюминия: ρ_1= 2,7 г/см^3. Плотность оксида алюминия в k = 1,5 раза больше плотности алюминия.

Ответ:

1. $\Delta t = \frac{h\rho_1 SzeN_A}{2I\mu_1} = 58$ с

2. $R = \rho_\upsilon \frac{h\mu_2}{4k\mu_1 S} = 25{,}2$ МОм

Решение:

1) По закону Фарадея, за время Δt при токе I выделится масса вещества m:

$$m = \frac{\mu}{z \cdot e \cdot N_A} I \cdot \Delta t$$

Так как плотность вещества равна $\rho = m/V$, а объем вещества $V = hS$, то

$$\frac{h}{2} \cdot \rho_1 \cdot S = \frac{\mu_1}{z \cdot e \cdot N_A} I \cdot \Delta t.$$

Выразим отсюда время, необходимое для проведения процесса:

$$\Delta t = \frac{h\rho_1 SzeN_A}{2I\mu_1} = 58 \text{ с.}$$

2) Если выполняются условия материального баланса, то для получения одной молекулы оксида (Al_2O_3) потребуется две молекулы алюминия (Al):

$$N_{Al2O3} = \frac{N_{Al}}{2}$$

Количество атомов определяется молекулярной массой и плотностью вещества:

$$N = \frac{VN_A}{\mu}\rho$$

где V – объем вещества. Тогда для участка площадью S и слоя алюминия толщиной $h/2$, подвергшегося окислению, получим:

$$h_{Al2O3} = \frac{h \cdot \rho_1 \cdot \mu_2}{4 \cdot k \cdot \rho_1 \cdot \mu_1} = \frac{h \cdot \mu_2}{4 \cdot k \cdot \mu_1}$$

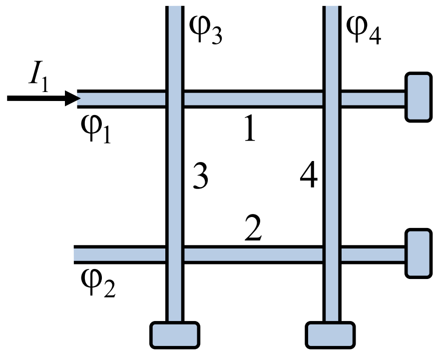
Сопротивление слоя диэлектрика (оксида алюминия) вычислим по формуле:

$$R = \rho_v \frac{h_{\mathrm{Al_2}O_3}}{S} = \rho_v \frac{h\mu_2}{4k\mu_1 S} = 25{,}2\ \text{МОм}.$$

Критерии оценивания задачи 7 (5 баллов)

Записан закон Фарадея	1 балл
Правильно записаны все необходимые уравнения, выведена формула для расчета времени электролиза (п.1)	1 балл
Записано уравнение, связывающее сопротивление диэлектрического образца с его удельным сопротивлением и геометрическими характеристиками	1 балл
Правильно записаны все необходимые уравнения, выведена формула для сопротивления изоляции (п.2)	1 балл
Правильно произведены расчеты, получены корректные числовые (ответы п.1 и п.2)	1 балл

8. На диэлектрической подложке сформирована двухуровневая металлизация, фрагмент которой показан на рисунке. Алюминиевые проводники 1 и 2 лежат в нижнем слое металлизации, а проводники 3 и 4 в верхнем, отделенном от нижнего слоя диэлектриком. Каждый проводник подсоединен к изолированной от других проводников контактной площадке. Потенциалы проводников соответственно равны φ_1 =4 В, φ_2 =3 В, φ_3 =2 В, φ_4 =1 В. Сопротивление между проводниками в местах их перекрытия R =100 МОм значительно больше сопротивления самих проводников. Определите ток I_1, втекающий в рассматриваемый фрагмент по проводнику 1 (рис.).

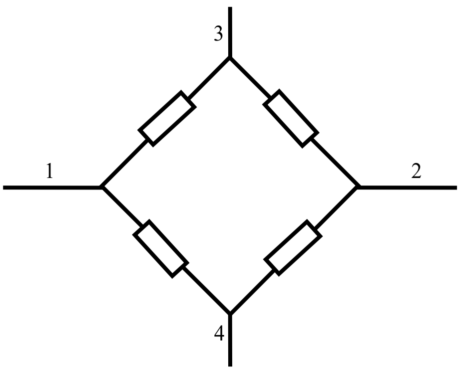


Ответ:

$I_1 = 0{,}05$ мкА

Решение:

Эквивалентная схема приведена на рисунке.



По закону Ома находим ток:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{R} + \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R} = \frac{2\varphi_1 - \varphi_3 - \varphi_4}{R} = 0{,}05\ \text{мкА}$$

Критерии оценивания задачи 8 (5 баллов)

	Получена эквивалентная схема	1 балл
	Записан закон Ома для контактных токов	1 балл
	Численный ответ	3 балла