

## Ответы, решения, критерии оценивания (11 класс)

1. А) С каким ускорением движется электрон в однородном электрическом поле напряженностью  $E = 100$  В/м? Б) Определите начальную скорость электрона, направленную вдоль силовой линии этого поля, если при ее трехкратном увеличении путь, пройденный электроном за первую микросекунду, остается неизменным. Отношение элементарного заряда к массе электрона  $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

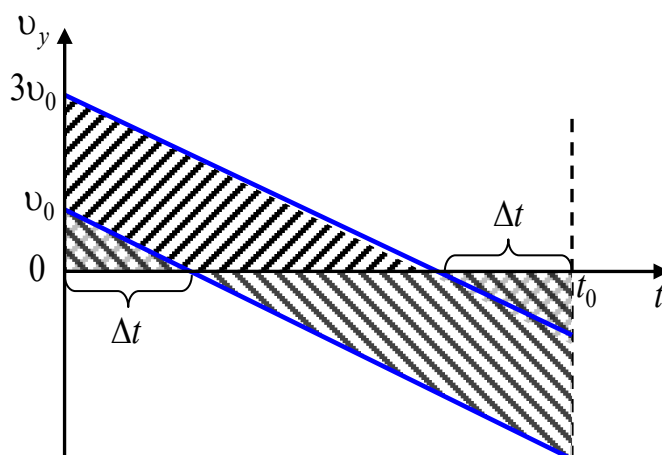
Ответ:

А)  $a = \frac{eE}{m} = 1,76 \cdot 10^{13}$  м/с<sup>2</sup> Б)  $v_0 = at_0/4 = \frac{eEt_0}{4m} = 4,4 \cdot 10^6$  м/с

Решение:

А) Из уравнения  $ma = eE$  находим

$$a = \frac{eE}{m} = 1,76 \cdot 10^{13} \text{ м/с}^2.$$



Б) Из условия следует, что начальная скорость электрона направлена вдоль вектора напряженности и противоположно вектору ускорения. Нарисуем графики зависимости от времени проекции вектора скорости электрона на ось  $Y$ , направленную вдоль вектора напряженности, для значений начальной скорости  $v_0$  и  $3v_0$ . Если промежутки времени, обозначенные на рисунке  $\Delta t$ , одинаковые, то за время  $t_0 = 1$  мкс электрон пройдет одинаковый путь при обоих значениях начальной скорости – в этом случае площади под графиками одинаковые. Из уравнения

$$3v_0 - at_0 = -v_0$$

получим ответ:

$$v_0 = at_0/4 = \frac{eEt_0}{4m} = 4,4 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Эта скорость значительно меньше скорости света в вакууме, что оправдывает использование нерелятивистского приближения.

### Критерии оценивания задачи 1

1	Получен правильный ответ для п. А задачи	2 балла
2	Приведено графическое или алгебраическое решение п. Б задачи	3 балла
3	Арифметическая ошибка	-1 балл
4	Алгебраическая ошибка	-1 балл
	Максимальный балл	5 баллов

2. Два протона сближаются, двигаясь в одной плоскости. На большом расстоянии электрическое взаимодействие протонов пренебрежимо мало, их скорости одинаковы по величине и направлены взаимно перпендикулярно. В процессе сближения и разлета протонов на большое расстояние вектор скорости одного из них повернулся на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Во сколько раз изменилась величина скорости этого протона? Считать, что скорости протонов малы по сравнению со скоростью света в вакууме.

Ответ:

в 1,37 раза

Решение:

Обозначим скорости протонов до их сближения  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ , а после сближения и разлета на большое расстояние  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$ . По условию задачи  $v_1 = v_2$ ,  $\vec{v}_1 \vec{v}_2 = 0$ , а угол между векторами  $\vec{v}_1$  и  $\vec{u}_1$  равен  $\alpha = 60^\circ$ . Запишем законы сохранения импульса и энергии для системы двух протонов:

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2, \quad \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}.$$

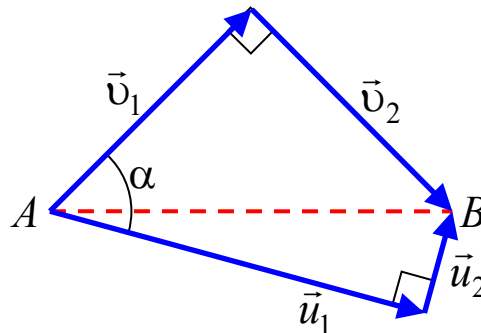
После сокращения получим:

$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2, \quad (1)$$

$$v_1^2 + v_2^2 = u_1^2 + u_2^2 \quad (2)$$

Уравнение (1) возведем в квадрат:

$$v_1^2 + v_2^2 + 2\vec{v}_1 \vec{v}_2 = u_1^2 + u_2^2 + 2\vec{u}_1 \vec{u}_2.$$



Учитывая (2) и условие перпендикулярности  $\vec{v}_1 \vec{v}_2 = 0$ , получим  $\vec{u}_1 \vec{u}_2 = 0$ . Следовательно, конечные скорости  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  протонов также взаимно перпендикулярны. На рисунке уравнение (1) изображено графически. Рассматривая прямоугольные треугольники, запишем для гипотенузы  $AB$ :

$$AB = v_1 \sqrt{2},$$

$$AB = \frac{u_1}{\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

Приравняв правые части этих выражений, получим

$$\frac{u_1}{v_1} = \sqrt{2} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right),$$

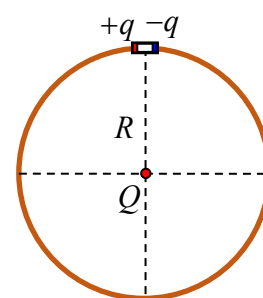
или после преобразований

$$\frac{u_1}{v_1} = \cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \approx 1,37.$$

### Критерии оценивания задачи 2

1	Записаны законы сохранения импульса и энергии	1 балла
2	Показано, что конечные скорости протонов взаимно перпендикулярны	2 балла
3	Из законов сохранения получены формула для отношения скоростей протонов и правильное численное значение	2 балл
4	Алгебраическая ошибка	-1 балл
	Арифметическая ошибка	-1 балл
	Максимальный балл	5 баллов

3. На тонкую пластиковую трубочку массы  $m$  и длины  $l$  нанесены заряды  $+q$  и  $-q$ , локализованные у ее концов. Трубочка без трения может скользить по диэлектрическому кольцу радиуса  $R$ , который значительно превышает  $l$  (рис.). В центре кольца закреплен положительный точечный заряд  $Q$ . В начальный момент времени трубочка покоится. Определите: А) величину силы, с которой заряд  $Q$  действует на трубочку, Б) ускорение трубочки. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Силу тяжести не учитывать.



Ответ:

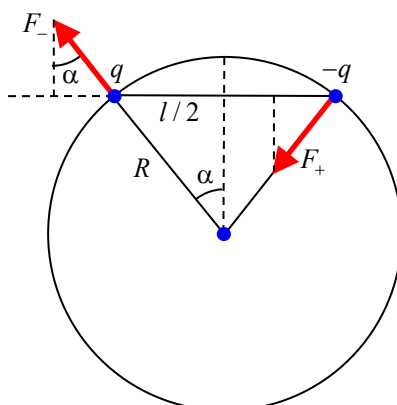
А)  $F_{эл} = \frac{kqQl}{R^3}$ , Б)  $a = 0$ .

Решение:

А) Заряды, расположенные у концов трубочки, будем считать точечными. Электрическая сила, с которой заряд  $Q$  действует на заряды  $\pm q$ , является векторной суммой сил, действующих на каждый точечный заряд

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_-,$$

$$|\vec{F}_+| = |\vec{F}_-| = \frac{kqQ}{R^2}.$$



Из рисунка видно, что сила  $\vec{F}$  направлена вдоль прямой, соединяющей точечные заряды, а ее величина равна

$$F = 2 \frac{kqQ}{R^2} \sin \alpha,$$

где  $\sin \alpha = \frac{l}{2R}$ . Мы учли, что при  $l \ll R$  длина дуги примерно равна длине стягивающей ее хорды. Для модуля силы получаем

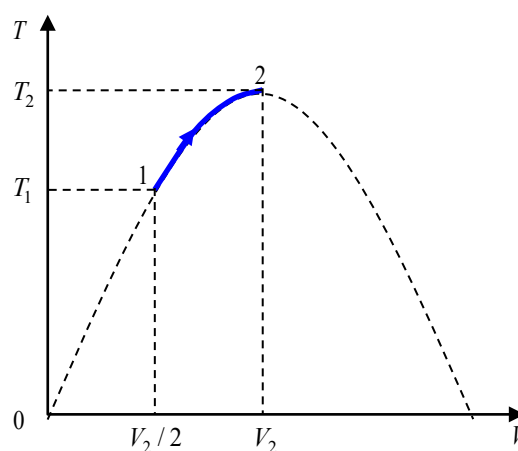
$$F = \frac{kqQl}{R^3}.$$

Б) Из закона сохранения энергии следует, что кинетическая энергия трубочки измениться не может. Поэтому, если трубочка покоилась в начальный момент времени, то она и далее будет покоиться, ускорение трубочки равно нулю. В отсутствие трения электрическая сила  $F$  компенсируется силами реакции опоры, действующими на трубочку со стороны кольца: векторная сумма электрических сил и сил реакции, а также суммарный момент этих сил равны нулю.

### Критерии оценивания задачи 3

1	Найдена результирующая электрическая сила, действующая на трубочку в п. А задачи	3 балла
2	Получен правильный ответ в п. Б) задачи	2 балла
3	Алгебраическая ошибка	-2 балла
	Максимальный балл	5 баллов

4. Объем одного моля одноатомного идеального газа медленно увеличили в 2 раза в процессе 1-2. График этого процесса в координатах  $T - V$  ( $T$  - температура,  $V$  - объем) совпадает с участком параболы, проходящей через начало координат и достигающей максимума в точке 2 при температуре  $T_2 = 400$  К. Определите: А) температуру  $T_1$  газа в состоянии 1, Б) количество теплоты  $Q$ , полученной газом в этом процессе. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(К · моль).



Ответ:

а)  $T_1 = 3/4 \cdot T_2 = 300$ К, б)  $Q_{12} = RT_2 = 3,3$  кДж.

Решение:

1) Уравнение параболы, характеризующей процесс, представим формулой:

$$T = \beta V \cdot (2V_2 - V),$$

где  $\beta$  - некоторая постоянная. Из этой формулы для состояний 1 и 2 получим:

$$T_1 = \frac{3}{4} \beta V_2^2,$$

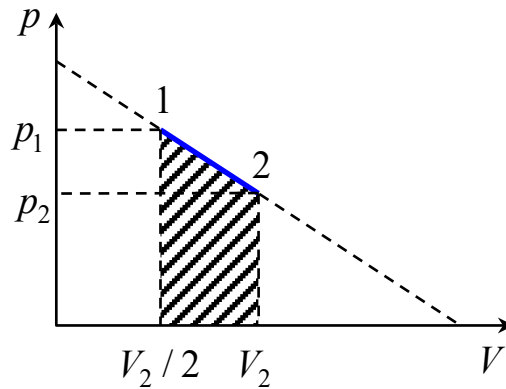
$$T_2 = \beta V_2^2.$$

Следовательно,  $T_1 = 3/4 \cdot T_2 = 300$ К.

2) Подставляя выражение для температуры в уравнение состояния идеального газа, найдем зависимость давления газа от объема:

$$p = \beta R(2V_2 - V).$$

График этой зависимости изображен на рисунке.



Давления в состояниях 1 и 2 определяются формулами:

$$p_1 = \frac{3}{2}\beta R V_2, \quad p_2 = \beta R V_2$$

Работа, совершаемая газом в процессе 1→2, численно равна площади трапеции на  $pV$ -диаграмме при расширении газа от  $V_2/2$  до  $V_2$  :

$$A_{12} = \left(\frac{p_1 + p_2}{2}\right) \frac{V_2}{2} = \frac{5}{8}\beta R V_2^2 = \frac{5}{8}R T_2$$

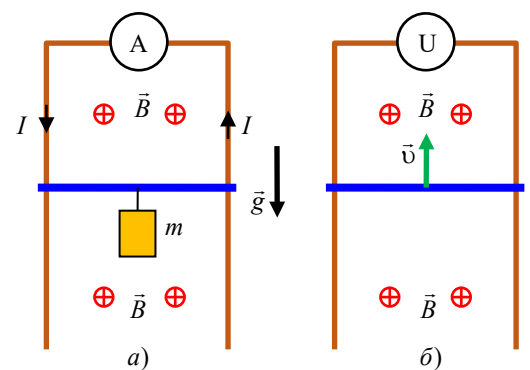
Тепло, полученное газом в процессе 1→2, найдем из первого закона термодинамики:

$$Q_{12} = U_2 - U_1 + A_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{5}{8}R T_2 = R T_2 = 3,3 \text{ кДж}$$

#### Критерии оценивания задачи 4

1	Записано уравнение процесса и получен правильный ответ п. А задачи	2 балла
2	Приведено графическое или алгебраическое решение п.Б задачи на основе уравнения состояния газов и первого закона термодинамики	3 балла
3	Арифметическая ошибка	-1 балл
4	Алгебраическая ошибка	-1 балл
	Максимальный балл	5 баллов

5. В 1975 году Брайан Киббл, сотрудник Национальной физической лаборатории Великобритании, сконструировал весы, которые, используя сверхточные измерения тока и напряжения, позволили воспроизводить эталон массы. Упрощенная схема процесса состоит в следующем. Измеряемая масса крепится к перемычке П-образной проволоочной рамки, расположенной в вертикальной плоскости. Перемычка может без трения скользить в вертикальном направлении. Магнитное поле создается постоянными магнитами, вектор магнитной индукции перпендикулярен плоскости рамки (см. рис.). В проводящем контуре устанавливают ток, при котором магнитная сила уравновешивает силу тяжести, и фиксируют его величину  $I$  (рис. а). На втором этапе груз массы  $m$  убирают, а перемычку перемещают в магнитном поле с постоянной скоростью  $v$  и фиксируют показания вольтметра  $U$ , который включают в цепь вместо амперметра (рис. б). Найдите массу  $m$ , если



в опытах получены следующие значения:  $I = 10,0$  А,  $U = 0,049$  В,  $v = 0,05$  м/с, ускорение свободного падения  $g = 9,80$  м/с<sup>2</sup>. Изменится ли результат, если магнитное поле будет неоднородным?

Ответ:

$m = \frac{IU}{gv} = 1$  кг, результат остается справедливым и в неоднородном поле.

Решение:

1) В положении равновесия (рис. а)) сила тяжести уравновешивается магнитной силой Ампера действующей на проводник с током:

$$mg = IBl. \quad (1)$$

2) При равномерном перемещении проводящей перемычки в магнитном поле (рис. б)) на ее концах возникает разность потенциалов, равная ЭДС индукции:

$$U = Blv. \quad (2)$$

3) Выражая и приравнявая неизвестную величину  $Bl$  в соотношениях 1) и 2) получим для измеряемой массы

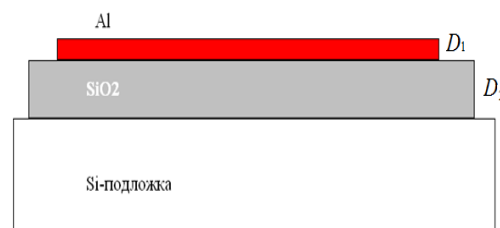
$$m = \frac{IU}{gv} = 1 \text{ кг}. \quad (3)$$

4) Параметры установки  $B$  и  $l$  являются трудно контролируруемыми. В неоднородном магнитном поле перемычку можно разбить на элементарные части  $\Delta l_i$ , в пределах которых магнитное поле можно считать однородным  $B_i$ . Выражения в 1) и 2) переписутся при этом в виде:  $mg = I \cdot (\sum B_i \Delta l_i)$ ,  $U = (\sum B_i \Delta l_i) \cdot v$  и выражение для величины массы 3) остается неизменным.

### Критерии оценивания задачи 5

1	Получено выражение (1) на основе силы Ампера	2 балла
2	Получено выражения (2), (3) на основе закона ЭМ индукции	2 балла
3	Дано обоснование справедливости (3) в неоднородном магнитном поле	1 балл
4	Арифметическая ошибка	-1 балл
5	Алгебраическая ошибка	-1 балл
	Максимальный балл	5 баллов

6. Электрическое соединение элементов интегральной схемы обеспечивается использованием пленки металла, наносимой на диэлектрик и изолированной от Si-подложки этим диэлектриком ( $SiO_2$ ), см. рис. Время задержки прохождения сигнала по этой пленке можно оценить как (1)  $\tau = R \cdot C$ , где:  $R$  – сопротивление металлической пленки  $Al$ ;  $C$  – емкость плоского конденсатора, обкладками которого являются металлическая плёнка  $Al$  и  $Si$ -подложка.



Рассчитайте время задержки прохождения сигнала в металлической плёнке  $Al$ , если известно, что длина плёнки  $L=10^{-4}$  м, площадь поперечного сечения  $S=10^{-12}$  м<sup>2</sup>, толщина  $D_1=1 \cdot 10^{-6}$  м, а толщина диэлектрика  $SiO_2$  составляет  $D_2=1 \cdot 10^{-6}$  м. Как изменится время задержки в металлической плёнке при замене алюминия на медь ( $Cu$ )? Предложите методы уменьшения времени задержки в металлической плёнке. При решении задачи учитывать справочные данные: диэлектрическая проницаемость  $SiO_2$ ,  $\epsilon=4$ ; электрическая постоянная,  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м; удельное сопротивление  $Al$ ,  $\rho_1=3 \cdot 10^{-8}$  Ом·м; удельное сопротивление  $Cu$ ,  $\rho_2=1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом·м.

**Ответ:**

10,6 фс, в 0,56 раза (уменьшится в 1,8 раза), методы: уменьшить удельное сопротивление металла увеличить толщину металла, увеличить толщину межслойного диэлектрика, уменьшить диэлектрическую проницаемость межслойного диэлектрика

**Решение:**

Для расчета времени задержки нужно записать выражения для сопротивления металлической пленки и емкости плоского конденсатора, который образуется между металлом и Si-подложкой. Сопротивление металла находим по формуле

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

Емкость плоского конденсатора рассчитаем по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S_2}{D_2}$$

где  $S_2$  – площадь обкладок плоского конденсатора.

Зная площадь поперечного сечения ( $S$ ) и толщину металлической пленки ( $D_1$ ), находим ширину этой пленки.

$$W = \frac{S}{D_1}$$

После этого находим площадь обкладок плоского конденсатора и его емкость

$$S_2 = L \cdot W = \frac{L \cdot S}{D_1}$$

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L \cdot S}{D_2 \cdot D_1}$$

Находим время задержки в межсоединении:

$$\tau = R \cdot C = \rho \cdot \frac{L}{S} \cdot \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L \cdot S}{D_2 \cdot D_1} = \frac{\rho \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L^2}{D_2 \cdot D_1}$$

Рассчитываем время задержки для Al-металлизации

$$\tau = \frac{3 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-8}}{10^{-6} \cdot 10^{-6}} = 10.6 \cdot 10^{-15} \text{ с} = 10.6 \text{ фс}$$

Если заменить Al на Cu, то изменится только удельное сопротивление. Отношение времен задержки с Cu и Al металлизацией равно отношению удельных сопротивлений этих металлов

$$\frac{\tau_{Cu}}{\tau_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} = \frac{1.7}{3} = 0,56$$

Таким образом, при замене Al на Cu время задержки в межсоединении уменьшится примерно в 2 раза.

Для уменьшения времени задержки в межсоединении нужно уменьшить удельное сопротивление металла увеличить толщину металла, увеличить толщину межслойного диэлектрика, уменьшить диэлектрическую проницаемость межслойного диэлектрика.

**Критерии оценивания задачи 6**

Записаны выражения для удельного сопротивления и емкости	0,5 балла
Получена общая формула для расчета времени задержки	1,5 балла
Проведен расчет величины времени задержки в Al-пленке	1 балл
Сделан вывод об изменении времени задержки при замене Al на Cu	1 балл
Предложено не менее 2 методов уменьшения времени задержки в плёнке	1 балл
Максимум	5 баллов

7. Для формирования СВЧ-сигналов для высоких плотностей тока используют вакуумные приборы, у которых транспорт носителей обеспечивается пролетом электронов от катода к аноду. Электрон вылетает из катода с начальной энергией  $E_c=20$  эВ и попадает в однородное электрическое поле. Определить время пролета  $t$  электрона от катода к аноду, если известно, что расстояние катод-анод  $L$  составляет  $15 \cdot 10^{-2}$  м, а потенциал на аноде  $V_A$  равен 1000 В, потенциал катода равен 0. (Примечание 1 эВ= $1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж, масса электрона  $m_e=9,11 \cdot 10^{-31}$  кг). Ответ выразить в секундах.

Ответ:

$$13,9 * 10^{-9} c$$

Решение:

1. Определяем кинетическую энергию электрона.

Полная кинетическая энергия электрона после прохождения разности потенциалов составит:

$$E_A = -V_A + \frac{1}{2}mv_0^2 = V_A + E_c[\text{эВ}] = 1000 + 20 = 1020 \text{эВ} = 1.632 \cdot 10^{-19} [\text{Дж}]$$

где  $v_0$ - начальная скорость электрона

2. Определяем начальную скорость электрона  $v_{0e}$

$$E_c = \frac{1}{2}mv_{0e}^2 \Rightarrow v_{0e} = \sqrt{\frac{2E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,65 \cdot 10^6 \text{м/сек}$$

3. Определяем конечную скорость электрона

$$E_A = \frac{1}{2}mv_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_A}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1020 \cdot 1,616 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1.89 \cdot 10^7 \text{м/сек}$$

4. Определяем время пролета катод-анод:

$$t = \frac{mL(v - v_0)}{eV_A} = 13,9 * 10^{-9} c$$

### Критерии оценивания задачи 7

1	Правильно записано выражение для кинетической энергии, получена верная формула для времени пролета	5 баллов
2	Арифметическая ошибка	-1 балл
3	Алгебраическая ошибка	-1 балл
	Максимальный балл	5 баллов

8. На кристалле интегральной схемы (ИС) площадью  $S = 4 \text{ см}^2$  необходимо сформировать массив медных контактов. Контакты должны представлять собой цилиндры высотой  $h = 200$  нм и диаметром  $D = 300$  нм. Плотность расположения контактов  $\rho_{\text{контактов}} = 10^8$  шт/см<sup>2</sup>. Для этого поверхность кристалла ИС частично закрыли диэлектрическим слоем, оставив незащищенные, проводящие ток, участки. Контакты решили наносить катодным осаждением из сульфата меди с валентностью ионов меди  $z = 2$ . Сколько времени необходимо пропускать ток силой 15 мА для изготовления массива контактов? Молярная масса меди: 63,55 г/моль, плотность меди: 8,9 г/см<sup>3</sup>. Число Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>, элементарный электрический заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.



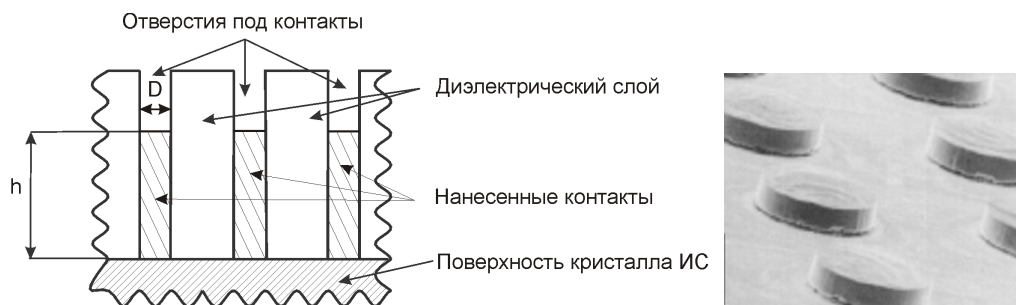


Схема нанесения контактов (слева), изображение поверхности кристалла ИС с цилиндрическими металлическими контактами (справа)

Ответ:

$$\Delta t = 10 \text{ с.}$$

Решение:

По закону Фарадея, за время  $\Delta t$  при токе  $I$  выделится масса вещества  $m$ :

$$m = \frac{M}{n \cdot e \cdot N_A} I \cdot \Delta t \quad (1)$$

Так как плотность вещества равна:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (2)$$

а объем вещества можно выразить через площадь и высоту как:

$$V = S \cdot h, \quad (3)$$

получим, что

$$h \cdot \rho \cdot S = \frac{M}{n \cdot e \cdot N_A} I \cdot \Delta t. \quad (4)$$

Выразим отсюда необходимое для проведения процесса время:

$$\Delta t = \frac{h \cdot \rho \cdot S \cdot n \cdot e \cdot N_A}{I \cdot M} \quad (5)$$

Определим общую площадь площадок, на которых протекает процесс:

$$S_k = S \cdot \rho_{\text{контактов}} \cdot S_{\text{отверстий}} \quad (6)$$

$$S_k = S \cdot \rho_{\text{контактов}} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad (7)$$

Тогда формула для вычисления времени меднения будет иметь вид:

$$\Delta t = \frac{h \cdot \rho \cdot n \cdot e \cdot N_A}{I \cdot M} \cdot S \cdot \rho_{\text{контактов}} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \quad (8)$$

Подставив численные значения в формулу, получим время, которое необходимо затратить на процесс:

$$\Delta t = \frac{200 \cdot 10^{-9} \cdot 8,9 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{15 \cdot 10^{-3} \cdot 63,55} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot (300 \cdot 10^{-9})^2}{4}$$

### Критерии оценивания задачи 8

Критерий	Балл
Записан закон Фарадея	1 балл
Найдена масса осаждаемого вещества	1 балл
Получен окончательный ответ (формула и число)	3 балла
Максимум	5 баллов