Ответы, решения, критерии оценивания (11 класс)

1. На горизонтальной поверхности земли находится гладкая полусфера радиуса R. Из ее верхней точки A начинает скользить небольшой камушек. а) С какой скоростью υ он упадет на землю? б) Под каким углом α к горизонту будет направлена эта скорость? в) Под каким углом β к горизонту нужно бросить камушек с поверхности земли с минимально возможной начальной скоростью, чтобы он достиг точки A?

Ответ:

а) $\upsilon = \sqrt{2gR}$, б) $\cos\alpha = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, в) $\beta = \alpha \approx 67^0$

Решение:

а) Трения нет, следовательно, механическая энергия сохраняется:

$$mgR = m\upsilon^2/2 \,, \; \upsilon = \sqrt{2gR}$$

где m – масса камня.

б) В момент отрыва камня от полусферы:

$$\frac{m\upsilon_1^2}{R} = mg\cos\alpha_1 \,,$$

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} = mgR(1-\cos\alpha_1),$$

где υ_1 - скорость камня, α_1 - угол наклона вектора скорости к горизонту. Из этих уравнений находим

$$\cos\alpha_1 = \frac{2}{3} \,, \; \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{3}Rg} \,.$$

Угол падения α определим, учитывая, что горизонтальная составляющая скорости камня при свободном падении не изменяется:

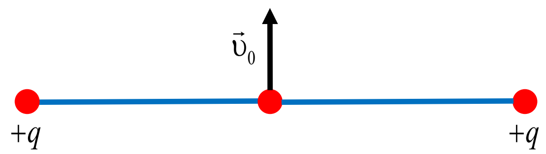
$$\cos\alpha = \frac{\upsilon_1\cos\alpha_1}{\upsilon} = \frac{2}{3\sqrt{3}}.$$

в) Начальная скорость камня при его броске с земли будет минимальной, если в точке A скорость камня станет равной нулю. Поэтому камень должен двигаться вверх по той же траектории, по которой он скользил, а затем падал из точки A на землю. Бросать его нужно из точки приземления под углом $\beta = \alpha$ к горизонту и с начальной скоростью $\upsilon_0 = \upsilon$.

Критерии оценивания задачи 1 (5 баллов)

а)	Аналитический ответ на вопрос п. а)	1 балл
б)	Правильно записаны все необходимые уравнения, численный ответ на вопрос п. б)	3 балла
в)	Есть понимание выбора оптимальной траектории, правильный ответ на вопрос п. в)	1 балл

2. Три одинаковых шарика соединены двумя легкими нерастяжимыми нитями одинаковой длины. Крайние шарики положительно заряжены. В начальный момент шарики находятся на одной прямой, скорости крайних равны нулю, а средний шарик движется в направлении, перпендикулярном нитям, с кинетической энергией равной потенциальной энергии электрического взаимодействия крайних шариков. Определите: а) минимальный угол α между нитями при движении шариков, б) угол β между нитями в момент времени, когда скорость среднего шарика равна нулю. Силой тяжести пренебречь.



Ответ:

а) $\alpha = 2\arcsin\left(\frac{3}{5}\right) \approx 73,7^0$, б) $\beta = 2\arcsin\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right) \approx 108^0$.

Решение:

а) По условию в начальный момент

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{kq^2}{2l},$$

где v_0 – начальная скорость центрального шарика, q – заряд крайних шариков, m – масса каждого шарика, l – длина нити, k – коэффициент пропорциональности в законе Кулона. Угол между нитями минимальный, когда скорости всех шариков одинаковы. Обозначив эту скорость v_1, запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$mv_0 = 3mv_1\ ,$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{kq^2}{2l} = 3\frac{mv_1^2}{2} + \frac{kq^2}{2l\sin(\alpha/2)}.$$

Из этих уравнений получим

$$\alpha = 2\arcsin(3/5) \approx 73,7^0.$$

б) В момент остановки центрального шарика скорости крайних шариков v_2 перпендикулярны нитям. Из законов сохранения импульса

$$mv_0 = 2mv_2\sin(\beta/2)$$

и энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{kq^2}{2l} = 2\frac{mv_2^2}{2} + \frac{kq^2}{2l\,sin(\beta/2)}$$

получим квадратное уравнение $4s^2 - 2s - 1 = 0$ относительно $s = \sin(\beta/2)$. Поскольку $0 < \beta/2 < \pi$, находим только положительный корень:

$$\beta = 2\arcsin\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right) \approx 108^0,$$

справедливый для двух возможных конфигураций системы в момент остановки центрального шарика (рис.).

Критерии оценивания задачи 2 (5 баллов)

а)	Записан закон сохранения энергии Записан закон сохранения импульса Получен ответ на вопрос п. а)	1 балл 1 балл 1 балл
б)	Правильно записаны все необходимые уравнения, численный ответ на вопрос п. б)	2 балла

3. Цилиндрический сосуд с водой находится в помещении, в котором поддерживается влажность воздуха φ_1 =70% при неизменной температуре. Уровень воды в сосуде понижается со скоростью V_1 = 0,2 см/сутки. Определите, с какой скоростью V_2 будет понижаться уровень воды в сосуде, если влажность воздуха в комнате станет φ_2 = 50% при той же температуре.

Ответ:
$v_2 = \frac{1-\varphi_2}{1-\varphi_1} v_1 = 0{,}33$ см/сут.

Решение:
Скорость v понижения уровня воды определяется разностью потоков молекул воды, испаряющихся с поверхности, и молекул пара, конденсирующихся при столкновении с поверхностью воды:

$$\rho v = I_{\text{исп}} - I_{\text{конд}}.$$

Здесь ρ – плотность воды, $I_{\text{исп}}$ – масса молекул, испаряющихся в единицу времени с единицы поверхности воды, $I_{\text{конд}}$ – масса молекул воды, конденсирующихся в единицу времени на единице поверхности. Величина $I_{\text{конд}}$ пропорциональна концентрации n молекул пара:

$$I_{\text{конд}} = \alpha n v_{\text{мол}}.$$

В последней формуле α – коэффициент пропорциональности, $v_{\text{мол}}$ – средняя скорость молекул пара, зависящие от температуры. Учтем, что $n = \varphi n_{\text{нас}}$, где $n_{\text{нас}}$– концентрация молекул насыщенного пара, φ – относительная влажность. Примем, что величина $I_{\text{исп}}$ при фиксированной температуре не зависит от n.

При $\varphi = 1$ пар является насыщенным и находится в равновесии с жидкостью. Поэтому $I_{\text{исп}} - I_{\text{конд}} = 0$ и

$$I_{\text{исп}} = \alpha n_{\text{нас}} v_{\text{мол}}.$$

Подставляя потоки в уравнение $\rho v = I_{\text{исп}} - I_{\text{конд}}$, получим

$$\rho v = \alpha n_{\text{нас}}(1-\varphi) v_{\text{мол}} .$$

Отсюда следует, что при фиксированной температуре

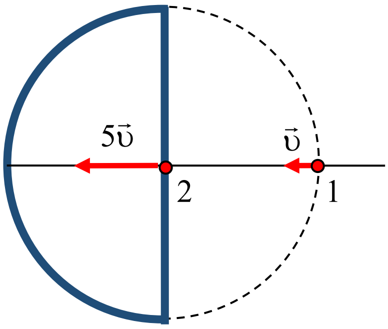
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1-\varphi_2}{1-\varphi_1} .$$

Далее получаем ответ.

Критерии оценивания задачи 3 (5 баллов)

а)	Парциальное давление пара выражено через относительную влажность	1 балл
б)	Есть понимание того, что при постоянной температуре скорость испарения остается неизменной	1 балл
в)	Приняты разумные предположения о зависимости интенсивности конденсации пара от его плотности	2 балла
г)	Численный ответ	1 балл

4. Заряженная бусинка массой m и зарядом q скользит без трения по нити, натянутой вдоль оси симметрии однородно заряженной неподвижной диэлектрической полусферы, приближаясь к ее внутренней поверхности. Воображаемую границу сферы бусинка пересекла в точке 1 со скоростью υ, а в точке 2, совпадающей с центром полусферы, имела скорость 5υ. а) Определите разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ электростатического поля полусферы в точках 1 и 2. б) С какой скоростью бусинка ударилась о внутреннюю поверхность полусферы?



Ответ:

а) $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{12m\upsilon^2}{q}$,   б) $\upsilon_3 = 7\upsilon$.

Решение:

а) По теореме об изменении кинетической энергии

$$\frac{m(5\upsilon)^2}{2} - \frac{m\upsilon^2}{2} = A_{12} ,$$

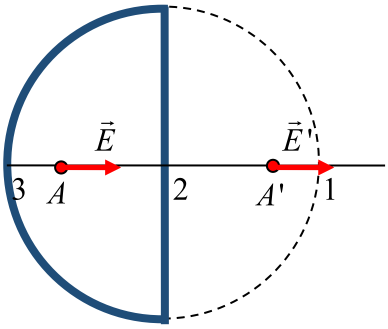
где

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

- работа электрических сил. Из этих уравнений получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{12m\upsilon^2}{q}.$$

б) Из условия задачи следует, что бусинка и сфера заряжены разноименно. Для определенности будем считать, что полусфера заряжена положительно, а бусинка отрицательно. Рассмотрим точки A и A', расположенные симметрично относительно диаметральной плоскости среза полусферы, как показано на рисунке. Определяя поле $\vec{E}'$ в точке A', мысленно наложим на положительно заряженную полусферу полную сферу, однородно заряженную по поверхности отрицательным



зарядом той же величины, что и исходная полусфера. Поскольку напряженность поля внутри однородно заряженной сферы равна нулю, то напряженность поля при таком добавлении сферы в точке A' не изменится. Но в результате наложения зарядов мы получим полусферу, однородно заряженную отрицательным зарядом и расположенную теперь не слева, а справа от диаметральной плоскости среза. Отсюда следует, что напряженности поля в симметрично расположенных точках A и A' одинаковые: $\vec{E} = \vec{E}'$. Поэтому:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_3 \,,$$

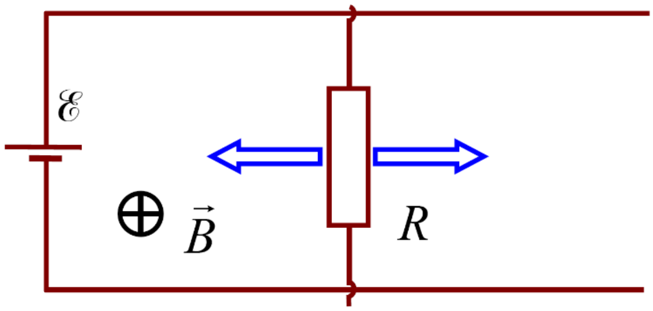
где φ_3 – потенциал в точке 3 удара бусинки о внутреннюю поверхность полусферы. Поэтому для скорости бусинки в точке 3 можно записать:

$$\frac{mv_3^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_3) = 2q(\varphi_1 - \varphi_2) \,.$$

Подставляя $\varphi_1 - \varphi_2$, найдем $v_3 = 7v$.

Критерии оценивания задачи 4 (5 баллов)

а)	Аналитический ответ на вопрос п. а)	2 балла
б)	Доказана симметрия распределения напряженности поля внутри сферы Аналитический ответ на вопрос п. б)	2 балла 1 балл



5. Неподвижный П-образный проводник с подвижной перемычкой, которая находится в электрическом контакте с ним, расположены в постоянном однородном магнитном поле. Сопротивление перемычки значительно больше сопротивления проводов и внутреннего сопротивления источника ЭДС, включенного в контур (рис.). Чтобы перемещать перемычку поступательно с постоянной скоростью v к ней нужно приложить силу F, чтобы перемещать перемычку в противоположном направлении с постоянной скоростью $2v$, необходимо приложить силу $3F$. Найдите силу Ампера F_0, действующую на неподвижную перемычку. Силами трения и тяжести пренебречь.

<u>Ответ:</u>

$F_0 = \frac{5}{3}F$ или $F_0 = \frac{F}{3}$

<u>Решение:</u>

При движении перемычки длины l к источнику со скоростью v_1 ток через резистор $I_1 = \left(\mathscr{E} + v_1 Bl\right)/R$, а действующая на перемычку сила Ампера $F_1 = I_1 Bl$. По условию задачи составим систему уравнений

$$F = \left|\frac{\mathscr{E} - Bvl}{R}\right| Bl \,,$$

$$3F = \left(\frac{\mathscr{E} + 2Bvl}{R}\right) Bl,$$

$$F_0 = \frac{\mathscr{E}}{R} Bl,$$

решая которую, найдем $F_0 = \frac{5}{3}F$ при $\mathscr{E} > \frac{Bvl}{R}$ и $F_0 = \frac{F}{3}$ при $\mathscr{E} < \frac{Bvl}{R}$.

Критерии оценивания задачи 5 (5 баллов)

	Найдена ЭДС индукции Найдена сила Ампера Правильно учтены знаки ЭДС батареи и ЭДС индукции	1 балл 1 балл 3 балла

6. Наночастицей принято называть изолированный твердофазный объект, имеющий отчётливо выраженную границу с окружающей средой, максимальный размер которого в любом направлении составляет от 1 до 100 нм. Какое количество электронов можно удержать на сферической проводящей наночастице радиуса R = 50 нм, если предельная напряженность электрического поля окружающей среды равна E_{max} = $2*10^6$ В/м, а диэлектрическая проницаемость окружающей частицу среды ε =11,7. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9 \cdot 10^9$ Нм^2/Кл^2, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Ответ:

$N = \frac{\varepsilon E_{max} R^2}{ke} \approx 40.$

Решение:

Напряженность поля однородно заряженного шара максимальна на его поверхности:

$$E_{max} = \frac{k|q|}{\varepsilon R^2}.$$

Учитывая, что $|q| = Ne$, найдем:

$$N = \frac{\varepsilon E_{max} R^2}{ke} \approx 40.$$

Критерии оценивания задачи 6 (5 баллов)

	Записано выражение для максимальной напряженности поля Аналитический ответ Численный ответ	3 балла 1 балл 1 балл

7. Алюминий широко используется при создании интегральных микросхем. Он имеет высокую электропроводность, а оксид алюминия обладает прекрасными изоляционными свойствами. В результате последовательных операций нанесения и частичного окисления алюминия получают чередующиеся проводящие дорожки и слои изоляции между ними. Таким образом изготавливают микросхемы с многоуровневой металлизацией. Оксид алюминия Al_2O_3 получают в процессе электролиза, при котором перенос заряда и массы обеспечивают ионы Al^{3+}.

На подложку площадью S = 1 см^2 нанесен слой алюминия толщиной h =400 нм. Половину этого слоя окислили при токе электролиза I = 10 мА и нанесли сверху второй слой алюминия. Определите:

1) Время, в течение которого длился электролиз.

2) Сопротивление изоляции между слоями алюминия при условии, что все ионы алюминия прореагировали с образованием оксида алюминия Al_2O_3.

Молярная масса алюминия μ_1 =27 г/моль, молярная масса Al_2O_3 μ_2 =102 г/моль. Постоянная Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$, элементарный заряд $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Удельное сопротивление оксида алюминия ρ_v= $1 \cdot 10^{12}$ Ом·см. Плотность алюминия: ρ_1= 2,7 г/см^3. Плотность оксида алюминия в $k = 1{,}5$ раза больше плотности алюминия.

Ответ:

1. $\Delta t = \frac{h\rho_1 SzeN_A}{2I\mu_1} = 58$ с
2. $R = \rho_v \frac{h\mu_2}{4k\mu_1 S} = 25{,}2$ МОм

Решение:

1) По закону Фарадея, за время Δt при токе I выделится масса вещества m:

$$m = \frac{\mu}{z \cdot e \cdot N_A} I \cdot \Delta t$$

Так как плотность вещества равна $\rho = m/V$, а объем вещества $V = hS$, то

$$\frac{h}{2} \cdot \rho_1 \cdot S = \frac{\mu_1}{z \cdot e \cdot N_A} I \cdot \Delta t.$$

Выразим отсюда время, необходимое для проведения процесса:

$$\Delta t = \frac{h\rho_1 SzeN_A}{2I\mu_1} = 58 \text{ с}.$$

2) Если выполняются условия материального баланса, то для получения одной молекулы оксида (Al_2O_3) потребуется две молекулы алюминия (Al):

$$N_{Al2O3} = \frac{N_{Al}}{2}$$

Количество атомов определяется молекулярной массой и плотностью вещества:

$$N = \frac{VN_A}{\mu} \rho$$

где V – объем вещества. Тогда для участка площадью S и слоя алюминия толщиной $h/2$, подвергшегося окислению, получим:

$$h_{Al2O3} = \frac{h \cdot \rho_1 \cdot \mu_2}{4 \cdot k \cdot \rho_1 \cdot \mu_1} = \frac{h \cdot \mu_2}{4 \cdot k \cdot \mu_1}$$

Сопротивление слоя диэлектрика (оксида алюминия) вычислим по формуле:

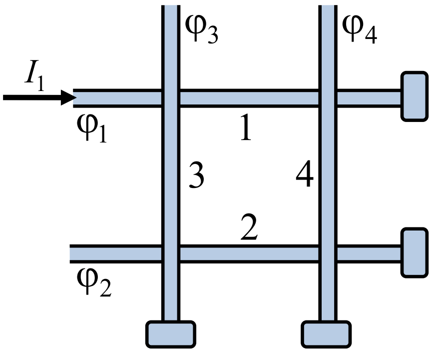
$$R = \rho_v \frac{h_{Al_2O_3}}{S} = \rho_v \frac{h\mu_2}{4k\mu_1 S} = 25{,}2 \text{ МОм}.$$

Критерии оценивания задачи 7 (5 баллов)

Записан закон Фарадея	1 балл
Правильно записаны все необходимые уравнения, выведена формула для расчета времени электролиза (п.1)	1 балл
Записано уравнение, связывающее сопротивление диэлектрического образца с его удельным сопротивлением и геометрическими характеристиками	1 балл

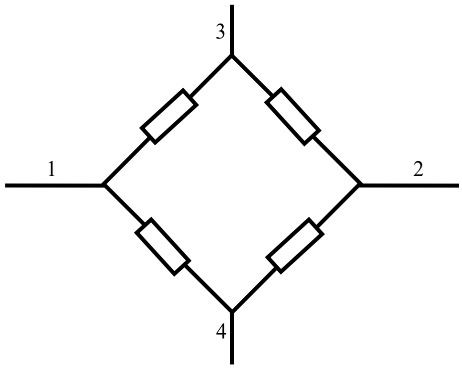
Правильно записаны все необходимые уравнения, выведена формула для сопротивления изоляции (п.2) Правильно произведены расчеты, получены корректные числовые (ответы п.1 и п.2)	1 балл 1 балл

8. На диэлектрической подложке сформирована двухуровневая металлизация, фрагмент которой показан на рисунке. Алюминиевые проводники 1 и 2 лежат в нижнем слое металлизации, а проводники 3 и 4 в верхнем, отделенном от нижнего слоя диэлектриком. Каждый проводник подсоединен к изолированной от других проводников контактной площадке. Потенциалы проводников соответственно равны φ_1 =4 В, φ_2 =3 В, φ_3 =2 В, φ_4 =1 В. Сопротивление между проводниками в местах их перекрытия R =100 МОм значительно больше сопротивления самих проводников. Определите ток I_1, втекающий в рассматриваемый фрагмент по проводнику 1 (рис.).



Ответ:
I_1 = 0,05 мкА

Решение:
Эквивалентная схема приведена на рисунке.
По закону Ома находим ток:
$I_1 = \frac{\varphi_1-\varphi_3}{R} + \frac{\varphi_1-\varphi_4}{R} = \frac{2\varphi_1-\varphi_3-\varphi_4}{R}$ = 0,05 мкА



Критерии оценивания задачи 8 (5 баллов)

	Получена эквивалентная схема Записан закон Ома для контактных токов Численный ответ	1 балл 1 балл 3 балла